

String Theory

NS 4 Gluon Amplitude

$$\begin{aligned}
& \int_0^1 du u^{\alpha' p_{12}^2 - 1} (1-u)^{\alpha' p_{23}^2 - 1} \alpha' \left\{ \right. \\
& -p_{12}^2 \epsilon_1 \cdot \epsilon_4 \epsilon_2 \cdot \epsilon_3 - p_{23}^2 \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \epsilon_3 \cdot \epsilon_4 + \frac{1}{2} \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \epsilon_2 \cdot \epsilon_4 [u p_{23}^2 + (1-u) p_{12}^2] \\
& + 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 [(1-u) p_2 \cdot \epsilon_4 p_1 \cdot \epsilon_3 - p_1 \cdot \epsilon_4 p_2 \cdot \epsilon_3] + 2\epsilon_2 \cdot \epsilon_3 [u p_3 \cdot \epsilon_1 p_2 \cdot \epsilon_4 - p_2 \cdot \epsilon_1 p_3 \cdot \epsilon_4] \\
& + 2\epsilon_3 \cdot \epsilon_4 [(1-u) p_4 \cdot \epsilon_2 p_3 \cdot \epsilon_1 - p_3 \cdot \epsilon_2 p_4 \cdot \epsilon_1] + 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_4 [u p_1 \cdot \epsilon_3 p_4 \cdot \epsilon_2 - p_4 \cdot \epsilon_3 p_1 \cdot \epsilon_2] \\
& + 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 [u (p_4 \cdot \epsilon_2 p_3 \cdot \epsilon_4 - p_2 \cdot \epsilon_4 p_3 \cdot \epsilon_2) + p_1 \cdot \epsilon_2 p_3 \cdot \epsilon_4] \\
& \left. + 2\epsilon_2 \cdot \epsilon_4 [u (p_2 \cdot \epsilon_1 p_1 \cdot \epsilon_3 - p_3 \cdot \epsilon_1 p_2 \cdot \epsilon_3) + p_2 \cdot \epsilon_1 p_4 \cdot \epsilon_3] \right\} \quad (1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\Gamma(1 + \alpha' p_{12}^2) \Gamma(1 + \alpha' p_{23}^2)}{\Gamma(1 + \alpha' (p_{12}^2 + p_{23}^2))} \left\{ \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \epsilon_2 \cdot \epsilon_4 - \epsilon_1 \cdot \epsilon_4 \epsilon_2 \cdot \epsilon_3 - \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \epsilon_3 \cdot \epsilon_4 \right. \\
& + \frac{1}{p_{12}^2} \left[-p_{23}^2 \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \epsilon_3 \cdot \epsilon_4 \right. \\
& + 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 (p_2 \cdot \epsilon_4 p_1 \cdot \epsilon_3 - p_1 \cdot \epsilon_4 p_2 \cdot \epsilon_3) - 2\epsilon_2 \cdot \epsilon_3 p_2 \cdot \epsilon_1 p_3 \cdot \epsilon_4 \\
& + 2\epsilon_3 \cdot \epsilon_4 (p_4 \cdot \epsilon_2 p_3 \cdot \epsilon_1 - p_3 \cdot \epsilon_2 p_4 \cdot \epsilon_1) - 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_4 p_4 \cdot \epsilon_3 p_1 \cdot \epsilon_2 \\
& \left. + 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 p_1 \cdot \epsilon_2 p_3 \cdot \epsilon_4 + 2\epsilon_2 \cdot \epsilon_4 p_2 \cdot \epsilon_1 p_4 \cdot \epsilon_3 \right] \\
& + \frac{1}{p_{23}^2} \left[-p_{12}^2 \epsilon_1 \cdot \epsilon_4 \epsilon_2 \cdot \epsilon_3 \right. \\
& - 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 p_1 \cdot \epsilon_4 p_2 \cdot \epsilon_3 + 2\epsilon_2 \cdot \epsilon_3 (p_3 \cdot \epsilon_1 p_2 \cdot \epsilon_4 - p_2 \cdot \epsilon_1 p_3 \cdot \epsilon_4) \\
& - 2\epsilon_3 \cdot \epsilon_4 p_3 \cdot \epsilon_2 p_4 \cdot \epsilon_1 + 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_4 (p_1 \cdot \epsilon_3 p_4 \cdot \epsilon_2 - p_4 \cdot \epsilon_3 p_1 \cdot \epsilon_2) \\
& \left. + 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 p_3 \cdot \epsilon_2 p_1 \cdot \epsilon_4 + 2\epsilon_2 \cdot \epsilon_4 p_4 \cdot \epsilon_1 p_2 \cdot \epsilon_3 \right] \left. \right\} \quad (2)
\end{aligned}$$